

## Задача А. Без совершенного паросочетания

Ограничение по времени: 2 секунды

Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Задан двудольный граф. Мы знаем теорему Холла. Попробуйте предоставить сертификат того, что не существует паросочетания, покрывающего правую долю.

Найдите подмножество вершин правой доли  $A$ , что  $|A| > |f(A)|$ .

### Формат входных данных

Входные данные состоят из не более чем 10 тестов. Первая строка каждого теста состоит из двух чисел  $n_L$  и  $n_R$  — число вершин в левой и правой доле, соответственно ( $1 \leq n_L, n_R \leq 10^4$ ). Следующая строка содержит число  $m$  — число ребер ( $1 \leq m \leq 10^5$ ). Каждая из следующих  $m$  строк содержит ребро, описанное двумя целыми числами:  $v$  и  $u$  — номера вершин в левой и правой доле соответственно ( $1 \leq v \leq n_L; 1 \leq u \leq n_R$ ).

### Формат выходных данных

Для каждого теста выведите одну строку, содержащее множество  $A$ , в соответствии с форматом, описанным в примерах, либо сообщить о том, что его не существует. Следуйте формату настолько близко, насколько можно.

Если есть несколько множеств  $A$ , выведите любое.

### Пример

тест	ответ
3 3	0
6	
1 2	2
1 3	1 3
2 3	
2 1	3
3 1	1 2 3
3 2	
2 3	
2	
1 3	
2 2	
1 3	
3	
1 1	
1 2	
1 3	

## Задача В. Максимальный поток

Ограничение по времени: 2 секунды

Ограничение по памяти:

Задан ориентированный граф, каждое ребро которого обладает целочисленной пропускной способностью. Найдите максимальный поток из вершины с номером 1 в вершину с номером  $n$ .

### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит  $n$  и  $m$  — количество вершин и количество ребер графа ( $2 \leq n \leq 100$ ,  $1 \leq m \leq 1000$ ). Следующие  $m$  строк содержат по три числа: номера вершин, которые соединяет соответствующее ребро графа и его пропускную способность. Пропускные способности не превосходят  $10^5$ .

### Формат выходных данных

В выходной файл выведите одно число — величину максимального потока из вершины с номером 1 в вершину с номером  $n$ .

### Примеры

тест	ответ
4 5 1 2 1 1 3 2 3 2 1 2 4 2 3 4 1	3

## Задача С. Минимальный разрез

Ограничение по времени: 2 секунды

Ограничение по памяти:

Задан неориентированный граф, каждое ребро которого обладает целочисленной пропускной способностью. Вершина с номером 1 — исток. Вершина с номером  $n$  — сток. Требуется найти минимальный  $S - T$  разрез в этом графе.

Напомним, что  $S - T$  разрезом в графе называется пара дизъюнктных множеств вершин  $S$  и  $T$ , таких что  $S \cup T = V$ ,  $s \in S$ ,  $t \in T$ . Мощностью разреза называется сумма пропускных способностей ребер, один из концов которого принадлежит  $S$ , а другой  $T$ .

### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит  $n$  и  $m$  — количество вершин и ребер графа соответственно ( $2 \leq n \leq 500$ ,  $1 \leq m \leq 10^4$ ). В следующих  $m$  строках содержатся по три числа: номера вершин  $u$  и  $v$ , которые соединяет ребро  $(u, v)$  и его пропускная способность. Пропускные способности не превосходят  $10^9$ .

### Формат выходных данных

В первой строке выходного файла выведите натуральное число  $k$  — количество вершин в множестве  $S$ . В следующей строке выведите  $k$  чисел, разделенных пробелом — номера вершин в множестве  $S$ .

### Примеры

тест	ответ
4 4 1 2 2 2 4 1 1 3 1 3 4 2	2 1 2

## Задача D. Максимальный поток — 2

Ограничение по времени: 0.5 секунд

Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Задан ориентированный граф, каждое ребро которого обладает целочисленной пропускной способностью. Найдите максимальный поток из вершины с номером 1 в вершину с номером  $n$ .

### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит  $n$  и  $m$  — число вершин и ребер в графе ( $2 \leq n \leq 500$ ,  $1 \leq m \leq 10\,000$ ). Последующие строки описывают ребра. Каждое ребро задается тремя числами: начальная вершина ребра, конечная вершина ребра и пропускная способность ребра. Пропускные способности не превосходят  $10^9$ .

### Формат выходных данных

Выведите величину максимального потока между вершинами 1 и  $n$ .

### Пример

тест	ответ
4 5 1 2 1 1 3 2 3 2 1 2 4 2 3 4 1	3

## Задача Е. Декомпозиция потока

Ограничение по времени: 2 секунды

Ограничение по памяти:

Задан ориентированный граф, каждое ребро которого обладает целочисленной пропускной способностью. Найдите максимальный поток из вершины с номером 1 в вершину с номером  $n$  и постройте декомпозицию этого потока.

### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит  $n$  и  $m$  — количество вершин и количество ребер графа ( $2 \leq n \leq 500$ ,  $1 \leq m \leq 10000$ ). Следующие  $m$  строк содержат по три числа: номера вершин, которые соединяют соответствующее ребро графа и его пропускную способность. Пропускные способности не превосходят  $10^9$ .

### Формат выходных данных

В первую строку выходного файла выведите одно число — количество путей в декомпозиции максимального потока из вершины с номером 1 в вершину с номером  $n$ . Следующий строки должны содержать описания элементарных потоков, на который был разбит максимальный. Описание следует выводить в следующем формате: величина потока, количество ребер в пути, вдоль которого течет данный поток и номера ребер в этом пути. Ребра нумеруются с единицы в порядке появления во входном файле.

### Примеры

тест	ответ
4 5	3
1 2 1	1 2 1 4
1 3 2	1 3 2 3 4
3 2 1	1 2 2 5
2 4 2	
3 4 1	

## Задача F. Циркуляция

Ограничение по времени: 2 секунды

Ограничение по памяти:

Назовем *циркуляцией* поток величины 0. Дан ориентированный граф с нижними и верхними пропускными способностями, то есть для любых вершин  $i$  и  $j$  должно быть верно, что  $l_{ij} \leq f_{ij} \leq c_{ij}$ , где  $l_{ij}$  — нижняя граница, а  $c_{ij}$  — верхняя. Требуется найти циркуляцию в данном графе, удовлетворяющую данным ограничениям.

### Формат входных данных

В первой строке входного файла 2 целых числа  $N$  и  $M$  ( $1 \leq N \leq 200$ ,  $0 \leq M \leq 15000$ ). Далее следуют  $M$  строк, описывающие ребра графа. Каждая строка содержит 4 целых положительных числа  $i$ ,  $j$ ,  $l_{ij}$  и  $c_{ij}$  ( $0 \leq l_{ij} \leq c_{ij} \leq 10^5$ ), что означает, что ребро ведет из вершины с номером  $i$  в вершину с номером  $j$  с нижней границей  $l_{ij}$  и верхней  $c_{ij}$ . Гарантируется, что если в графе есть ребро из  $i$  в  $j$ , то нет ребра из  $j$  в  $i$ .

### Формат выходных данных

Если не существует циркуляции удовлетворяющей данным ограничения, выведите **NO**. Иначе на первой строке выведите **YES**. Далее в  $M$  строках должно содержаться по одному числу. В  $i$ -ой строке — величина потока по ребру на  $i$ -ой строке во входном файле. Напомним, что для любых  $i$  и  $j$  должно быть верно, что  $l_{ij} \leq f_{ij} \leq c_{ij}$ .

### Примеры

тест	ответ
4 6 1 2 1 2 2 3 1 2 3 4 1 2 4 1 1 2 1 3 1 2 4 2 1 2	NO
4 6 1 2 1 3 2 3 1 3 3 4 1 3 4 1 1 3 1 3 1 3 4 2 1 3	YES 1 2 3 2 1 1

## Задача G. Задача о назначениях

Ограничение по времени: 2 секунды

Ограничение по памяти:

Дана целочисленная матрица  $C$  размера  $n \times n$ . Требуется выбрать  $n$  ячеек так, чтобы в каждой строке и каждом столбце была выбрана ровно одна ячейка и сумма значений в выбранных ячейках было минимальна.

### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит  $n$  ( $2 \leq n \leq 300$ ). Каждая из последующих  $n$  строк содержит по  $n$  чисел:  $C_{ij}$ . Все значения во входном файле неотрицательны и не превосходят  $10^6$ .

### Формат выходных данных

В первую строку выходного файла выведите одно число — искомая минимизируемая величина. Далее выведите  $n$  строк по два числа в каждой — номер строки и столбца клетки, участвующей в оптимальном назначении.

Пары чисел можно выводить в произвольном порядке.

### Примеры

тест	ответ
2	2
1 2	1 1
2 1	2 2

## Задача Н. Максимальный поток минимальной стоимости

Ограничение по времени: 2 секунды

Ограничение по памяти:

Задан ориентированный граф, каждое ребро которого обладает пропускной способностью и стоимостью. Найдите максимальный поток минимальной стоимости из вершины с номером 1 в вершину с номером  $n$ .

### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит  $n$  и  $m$  — количество вершин и количество ребер графа ( $2 \leq n \leq 100$ ,  $1 \leq m \leq 1000$ ). Следующие  $m$  строк содержат по четыре целых числа: номера вершин, которые соединяет соответствующее ребро графа, его пропускную способность и его стоимость. Пропускные способности и стоимости не превосходят  $10^5$ .

### Формат выходных данных

В выходной файл выведите одно число — цену максимального потока минимальной стоимости из вершины с номером 1 в вершину с номером  $n$ . Ответ не превышает  $2^{63} - 1$ . Гарантируется, что в графе нет циклов отрицательной стоимости.

### Примеры

тест	ответ
4 5 1 2 1 2 1 3 2 2 3 2 1 1 2 4 2 1 3 4 2 3	12

## Задача I. $k$ паросочетаний

Ограничение по времени: 2 секунды

Ограничение по памяти:

Дан полный взвешенный двудольный граф с равным количеством вершин в долях. Требуется выбрать  $k$  максимальных попарно не пересекающихся паросочетаний так, чтобы их суммарный вес был минимальен.

### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит  $n$  и  $k$  — количество вершин в каждой из долей и количество паросочетаний ( $2 \leq n \leq 50$ ,  $1 \leq k \leq n$ ). Каждая из последующих  $n$  строк содержит по  $n$  чисел:  $C_{ij}$  — вес ребра, ведущего из  $i$ -й вершины левой доли в  $j$ -ю правой.

Все значения во входном файле неотрицательны и не превосходят  $10^6$ .

### Формат выходных данных

В первую строку выходного файла выведите одно число — искомый суммарный вес паросочетаний. Следующие  $k$  строк должны содержать  $n$  чисел — номера вершины, правой доли, соответствующие вершинам левой.

### Примеры

тест	ответ
3 2	6
1 2 1	1 2 3
1 1 2	3 1 2
2 1 1	

## Задача J. Назначение на узкое место

Ограничение по времени: 2 секунды

Ограничение по памяти:

Дан полный взвешенный двудольный граф с равным количеством вершин в долях. Требуется найти полное паросочетание, в котором минимальное ребро максимально.

### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит  $n$  и  $k$  — количество вершин в каждой из долей и количество паросочетаний ( $2 \leq n \leq 300$ ,  $1 \leq k \leq n$ ). Каждая из последующих  $n$  строк содержит по  $n$  чисел:  $C_{ij}$  — вес ребра, ведущего из  $i$ -й вершины левой доли в  $j$ -ю правой.

Все значения во входном файле неотрицательны и не превосходят  $10^6$ .

### Формат выходных данных

В первую строку выходного файла выведите одно число — вес минимального ребра в паросочетании.

### Примеры

тест	ответ
2 1 2 2 1	2

## Задача К. Блокирующий поток

Ограничение по времени: 2 секунды  
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Задана слоистая сеть. Найдите блокирующий поток.

### Формат входных данных

Первая строка содержит три целых числа  $n$ ,  $m$  и  $L$  ( $2 \leq n \leq 1500$ ;  $1 \leq m \leq 300\,000$ ;  $2 \leq L \leq n$ ). Вершины занумерованы числами от 1 до  $n$ . Вторая строка содержит  $n$  целых чисел:  $i$ -е из них  $l_i$  обозначает уровень  $i$ -й вершины ( $1 \leq l_i \leq L$ ). Ровно одна вершина имеет уровень 1, это вершина исток. И ровно одна вершина имеет уровень  $L$ , это вершина сток.

Следующие  $m$  строк описывают ребра, каждая строка содержит три целых числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  — соединенные вершины и пропускная способность ( $1 \leq a, b \leq N$ ,  $l_b = l_a + 1$ ,  $1 \leq c \leq 10^6$ ).

Две вершины могут быть соединены не более чем одним ребром.

### Формат выходных данных

Выведите описание блокирующего потока. Вывод должен состоять из  $m$  строк. Каждая строка соответствует ребру, в том же порядке, что и во входных данных. Стока состоит из одного целого числа — величины потока по этому ребру.

### Пример

тест	ответ
6 7 4	3
1 2 3 4 3 2	3
1 2 3	4
2 3 3	4
3 4 4	1
1 6 4	3
6 3 2	3
5 4 3	
6 5 4	

## Задача L. Автоматное программирование

Ограничение по времени: 2 секунды  
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

В один замечательный день в компанию «Х» завезли  $k$  автоматов. И не простых автоматов, а автоматов-программистов! Это был последний неудачный шаг перед переходом на андроидов-программистов, но это уже совсем другая история.

В компании сейчас  $n$  задач, для каждой из которых известно время начала ее выполнения  $s_i$ , длительность ее выполнения  $t_i$  и прибыль компании от ее завершения  $c_i$ . Любой автомат может выполнять любую задачу, ровно одну в один момент времени. Если автомат начал выполнять задачу, то он занят все моменты времени с  $s_i$  по  $s_i + t_i - 1$  включительно и не может переключиться на другую задачу.

Вам требуется выбрать набор задач, которые можно выполнить с помощью этих  $k$  автоматов и который принесет максимальную суммарную прибыль.

### Формат входных данных

В первой строке записаны два целых числа  $n$  и  $k$  ( $1 \leq n \leq 1000$ ,  $1 \leq k \leq 50$ ) — количество задач и количество автоматов, соответственно.

В следующих  $n$  строках через пробелы записаны тройки целых чисел  $s_i, t_i, c_i$  ( $1 \leq s_i, t_i \leq 10^9$ ,  $1 \leq c_i \leq 10^6$ ),  $s_i$  — время начала выполнения  $i$ -го задания,  $t_i$  — длительность  $i$ -го задания, а  $c_i$  — прибыль от его выполнения.

### Формат выходных данных

Выполните  $n$  целых чисел  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Число  $x_i$  должно быть равно 1, если задачу  $i$  следует выполнить, и 0 в противном случае.

Если оптимальных решений несколько, то выведите любое из них.

### Примеры

тест	ответ
3 1 2 7 5 1 3 3 4 1 3	0 1 1
5 2 1 5 4 1 4 5 1 3 2 4 1 2 5 6 1	1 1 0 0 1

### Замечание

В первом примере задания требуют выполнения в моменты времени 2 … 8, 1 … 3 и 4 … 4, соответственно. Первое задание пересекается со вторым и третьим, поэтому можно выполнять либо его одно (прибыль 5), либо второе и третье (прибыль 6).