

Джеррикки и строка

Автор задачи и разработчик: Даниил Голов

Заметим, что в данной игре присутствует стратегия повтора. То есть, если один игрок как-то сходил, то следующим ходом другой игрок, если он вообще может сделать ход, может набрать больше очков, чем первый. Действительно, пусть игрок 1 поменял все буквы s_1 на s_2 и получил k очков. Значит, букв s_2 в строке стало k . Но тогда другой игрок может поменять любую другую оставшуюся букву на s_2 (или наоборот) и получить как минимум $k + 1$ очков. Таким образом, оптимальной стратегией является игра в «повторение».

Теперь посмотрим, сколько ходов будет продолжаться игра. Каждый ход уменьшает количество уникальных букв в строке ровно на 1, при этом добавить в строку новые буквы никак нельзя. Тогда игра будет продолжаться $s - 1$ ход, где s — количество уникальных букв в строке. Если $s - 1$ чётно, то выигрывает второй, так как всегда повторяет за первым, а значит, каждым ходом набирает больше очков. Если нечётно, то выигрывает первый, делая любой первый ход, а затем повторяя за вторым.