

# Возвращение Злого Морти

*Автор задачи: Даниил Орешиников, разработчики: Даниил Орешиников и Егор Юлин*

Заметим следующий факт: если мы скажем, что отрезок  $[a, b]$  «меньше» отрезка  $[c, d]$  при  $b < c$ , то получится отношение частичного порядка, а ответом будет являться разбиение всех отрезков на минимальное количество возрастающих последовательностей. Это может быть подсказкой к решению: воспользуемся идеей из алгоритма поиска НВП за  $\mathcal{O}(n \log n)$ .

Но здесь, вместо поиска НВП, будем также обрабатывать отрезки по очереди слева направо, но поддерживать текущее «оптимальное» разбиение отрезков на группы. Под оптимальностью в данном случае будем понимать

- минимальное число групп;
- при фиксированном числе групп — лексикографически минимальную последовательность правых концов последних отрезков в каждой группе.

Аккуратным рассмотрением двух вариантов разбиения на группы можно показать, что добавление нового отрезка в более «оптимальное» разбиение приводит к не менее оптимальному новому разбиению, значит поддержание такого разбиения приведет к ответу, соответствующему минимальному числу групп в разбиении.

Осталось только научиться поддерживать это оптимальное разбиение. Отсортируем все отрезки по их левой границе и будем поддерживать правые концы всех групп в дереве поиска. Тогда, чтобы добавить очередной отрезок  $[l, r]$ , достаточно

1. найти максимальный конец группы  $r_i$ , который меньше  $l$ ;
2. добавить отрезок  $[l, r]$  в эту группу;
3. удалить из дерева поиска  $r_i$  и добавить вместо него  $r$ .

Действительно, добавление одного отрезка приводит к изменению правого конца ровно одной группы (либо к добавлению новой группы, если все  $r_i \geq l$ ). Чтобы добиться лексикографически минимальной последовательности правых концов, следует заменить максимальный возможный  $r_i$ . Таким образом, все решение работает за  $\mathcal{O}(n \log n)$ .