

# Прыжки между вселенными

Автор задачи: Даниил Орешиников, разработчик: Константин Бац

Для решения этой задачи можно воспользоваться системой непересекающихся множеств (`disjoint set union`, `dsu`). Будем считать элементами внутри этой системы — миры, а множествами — наборы миров, взаимнодостижимых друг из друга при некотором текущем значении энергетического уровня  $w_{\text{cur}}$ . Это напрямую следует из того, что если в какой-то момент мир становится достижимым, то после мы всегда сможем попасть в этот мир независимо от наших следующих действий, так как энергетический уровень часов не уменьшается. А тогда «достижимая область» всегда представляет из себя некоторый связный подграф исходного графа.

Тогда все, что надо делать — реализовывать «расширение» нашей достижимой области при увеличении энергетического уровня часов, а также увеличивать этот уровень при возможности посетить новые миры. Давайте внутри СНМ хранить множества взаимодостижимых по ребрам веса не больше  $w_{\text{cur}}$  миров. Помимо этого для каждого мира запомним его хранить характеристику  $a_i$  и в множестве будем поддерживать сумму всех  $a_i$  по элементам множества (достаточно хранить ее отдельным полем в представителе множества).

Заметим, что текущее значение энергетического уровня всегда равно сумме  $a_i$  в множестве, в котором содержится мир с номером  $s$ , потому что в соответствующем множестве перед тем, как двигаться за его пределы, мы можем сначала посетить все его вершины и по максимуму увеличить энергетический уровень. Тогда  $w_{\text{cur}}$  можно найти в СНМ за время  $\mathcal{O}(\alpha(n))$ , что можно считать константой. Теперь посмотрим, как достижимых миров меняется:

1. Отсортируем порталы по возрастанию  $w_i$ .
2. Рассматривая очередной портал  $(u, v)$ , сравним его  $w_i$  с текущим  $w_{\text{cur}}$ , и если  $w_i \leq w_{\text{cur}}$ , то объединим множества, в которых содержатся миры  $u$  и  $v$ . При этом не забываем обновить сумму  $a_i$  в корне объединения.
3. Если же  $w_i > w_{\text{cur}}$ , то мы этим порталом воспользоваться не сможем, да и всеми последующими порталами тоже (так как они отсортированы по  $w_i$ ) — в этот момент можно завершить алгоритм.

Таким образом, значение  $w_{\text{cur}}$  после рассмотрения всех порталов равно значению энергетического уровня часов, то есть ответу на задачу. В таком решении на обработку каждого портала потребуется  $\mathcal{O}(\alpha(n))$  времени, поэтому время работы такого решения —  $\mathcal{O}(n + m\alpha(n))$ .