

# Побег Майлза

Автор задачи: Александр Гордеев, разработчик: Егор Юлин

Будем воспринимать небоскребы как вершины графа, а возможные перемещения между ними — как ребра. В задаче интуитивно хочется построить граф на  $n$  вершинах, между которыми есть ребра двух типов: ребра из первого мира и из второго. Но тогда становится сложно учитывать, что для смены типа ребра нам также нужно потратить  $x$  секунд для перемещения между мирами.

Стандартный подход в задачах такого рода — завести больше вершин в графе. Каждая вершина нового графа будет отвечать за пару  $(v, \text{state})$ , где  $v$  — вершина исходного графа, а  $\text{state}$  — «состояние» путешествующего по графу. В данном случае состояние будет задавать то, в каком мире Майлз находится, поэтому нам понадобится  $2n$  вершин:  $n$  соответствующих небоскребам первого мира,  $n$  — второго. Далее в качестве индекса у вершины будем указывать номер мира, которому она соответствует.

Теперь осталось построить ребра в таком графе. Для этого просто проведем по ребру между любыми двумя небоскребами, между которыми возможно перемещение:

- если в первом мире можно было переместиться из  $u$  в  $v$  за время  $c$ , проведем в новом графе ребро  $u_1 \rightarrow v_1$  с тем же весом  $c$ ;
- аналогично для второго мира;
- и проведем ребра  $v_1 \rightarrow v_2$  и  $v_2 \rightarrow v_1$  веса  $x$  для всех  $v \in [1, n]$  — эти ребра соответствуют перемещению между мирами.

Теперь любому пути, удовлетворяющему условию, соответствует путь в нашем графе, и наоборот. Поэтому нам остается только найти кратчайший путь из вершины  $s_1$  (небоскреб  $s$  в первом мире) в вершину  $t_2$  (небоскреб  $t$  во втором мире). Поскольку все веса в графе неотрицательны, для этого можно воспользоваться алгоритмом Дейкстры, и получить решение за время  $\mathcal{O}((m_1 + m_2 + n) \log n)$ .