# Расстановка экспонатов

*Автор задачи и разработчик: Даниил Орешников*

Упорядочим все экспонаты по высоте, теперь $h_1 \leqslant h_2 \leqslant \ldots \leqslant h_n$. Заметим, что достаточно рассмотреть только $H = h_i$ для некоторого $i$, так как любое другое значение $H$ можно опустить вниз до ближайшего $h_i$, не изменив множество, которое им ограничено.

Будем перебирать все возможные значения $H$ по возрастанию от $h_{\frac{n}{2}}$ до $h_n$. Перебирать меньшие $h_i$ тоже не имеет смысла, потому что тогда вне зависимости от $W$ под критерий будет попадать строго меньше половины экспонатов.

Для очередного $H = h_i$, проверим, можно ли выбрать такое $W$, чтобы под описанный в условии критерий подходила ровно половина экспонатов. Для этого рассмотрим множество всех экспонатов с высотой $\leqslant H$, упорядочим их по высоте, и проверим, что ширина экспоната на позиции $\frac{n}{2}$ отличается от ширины экспоната на позиции $\frac{n}{2} + 1$.

Если они не отличаются, то не существует подходящего $W$. Действительно, мы не можем выбрать значение меньше ширины $\frac{n}{2}$-го экспоната, и не можем выбрать большее либо равное, потому что под такой критерий подходит уже хотя бы $\frac{n}{2} + 1$ экспонат. Если же эти две ширины оказались различными, то мы нашли еще один способ разбить экспонаты на два множества.

Однако, есть еще одна деталь, которую стоит учесть — не факт, что мы нашли действительно новый способ разбиения. Если при полученном $W$, равном $\frac{n}{2}$-й по величине ширине экспоната, ни один экспонат с высотой, равной $H$, не вошел в первую группу, то такой способ уже был посчитан ранее. Таким образом, необходимо так же проверить, что выбранный $W \geqslant \min\limits_{j:\, h_j = H}(w_j)$.

Осталось реализовать эту проверку за короткое время. Как и уже было сказано, будем рассматривать экспонаты по увеличению $h_i$. И будем поддерживать дерево поиска (например, декартово) по ширине на всех уже рассмотренных экспонатах. Когда встречаем следующее по величине значение $h_i$, добавляем в декартово дерево ширину каждого экспоната с такой высотой, после чего проверяем, что выполняется описанное выше свойство.

Время работы решения — $\mathcal{O}(n \log n)$.