
Разбор задачи «Безумные расстановки»

Докажем, что ответ не зависит от дерева. Введем переменную h_v , равную исключаящему ИЛИ значений на пути от вершины v до корня (за корень можно взять любую вершину). Тогда исключаящее ИЛИ на пути между вершинами u и v равно $h_u \oplus h_v$.

По значениям h_v , для любого дерева и корня r , веса ребер восстанавливаются однозначно, если $h_r = 0$. Таким образом, мы просто свели задачу к подсчету правильных массивов h .

Зафиксируем границу, которая разделяет пути, на которых исключаящее ИЛИ равно 0, и пути, на которых исключаящее ИЛИ равно 1.

Тогда у нас есть условия $h_{u_i} \oplus h_{v_i} = q_i$ (где $q_i = 0$ для путей слева от границы, и $q_i = 1$ для путей справа от границы), и нужно посчитать число массивов, подходящих под такие ограничения.

За $O(n + m)$ это можно сделать алгоритмом, подобным покраске графа в два цвета. Тогда решение будет работать за $O(m \cdot (n + m))$. Чтобы оптимизировать это решение дальше, предлагается воспользоваться техникой «разделяй и властвуй». Будем делать аналогично алгоритму Dynamic Connectivity. Когда идем в левую половину отрезка, добавляем в DSU правую половину с весами 1. Когда идем в правую половину, добавляем в DSU левую половину с весами 0.

Таким образом, время составит $O(m \log^2)$, а также может быть оптимизировано до $O(m \log)$ используя обход в глубину и явное сжатие графа вместо DSU с откатами.