Задача A. Простые пары

Имя входного файла:	`pairs.in`
Имя выходного файла:	`pairs.out`
Ограничение по времени:	2 секунды
Ограничение по памяти:	64 мегабайта
Максимальная оценка за задачу:	100 баллов

Пусть M — некоторое натуральное число. Обозначим как $Pair(M)$ множество всех пар натуральных чисел (a, b), $a \leq b$ таких, что $a + b = M$.

Пусть $n \geq 2$ — некоторое натуральное число. Обозначим как $Prime(n)$ множество всех простых чисел из отрезка $[2, n]$ (натуральное число называется *простым*, если оно делится только на единицу и на само себя).

Будем говорить, что пара чисел (a, b) *лексикографически меньше* пары чисел (c, d), если $a < c$ или $a = c$, а $b < d$.

Пусть задано число n. Упорядочим все пары, входящие в хотя бы одно из множеств $Pair(P)$ при $P \in Prime(n)$, лексикографически. Ваша задача — найти k-ую пару в этом порядке.

Формат входного файла

Первая строка входного файла содержит два целых числа: n и k ($2 \leq n \leq 10^6$, $1 \leq k \leq 10^{18}$).

Формат выходного файла

Выведите в выходной файл числа a и b, образующие искомую пару. Если соответствующей пары не существует (то есть число k слишком большое), выведите в выходной файл `-1 -1`.

Примеры

pairs.in	pairs.out
`10 2`	`1 2`
`10 10000000000`	`-1 -1`

Задача B. Геометрическая головоломка

Имя входного файла:	dist.in
Имя выходного файла:	dist.out
Ограничение по времени:	2 секунды
Ограничение по памяти:	64 мегабайта
Максимальная оценка за задачу:	

Сегодня на страницах газеты «Геометрические головоломки» была опубликована необычная головоломка. На одной из ее страниц нарисованы две ломаные. Для решения головоломки необходимо найти две точки A и B, лежащие на разных ломаных, расстояние между которыми минимально.

Вася весь день ломал себе голову, однако придумать решение не смог. Вам нужно написать программу, которая поможет Васе.

Формат входного файла

В первой строке записано число N $(2 \leq N \leq 1000)$ — количество узлов первой ломаной. В следующей строке перечислены N пар координат узлов первой ломаной. Все координаты целые и не превышают 10^4 по абсолютной величине. В третьей и четвертой строке описана вторая ломаная в аналогичном формате.

Формат выходного файла

В первой строке выведите расстояние между искомыми точками A и B. Во второй и третьей строке выведите соответственно координаты точки A и точки B. Выводите ответ с 9 знаками после запятой. Ваш ответ будет засчитан, если он отличается от правильного не более, чем на 10^{-4}.

Пример

dist.in	dist.out
2 0 0 1 0 2 0 1 1 1	1.000000000 0.000000000 0.000000000 0.000000000 1.000000000
2 0 0 1 1 2 0 1 1 0	0.000000000 0.500000000 0.500000000 0.500000000 0.500000000

Задача C. Композиция

Имя входного файла:	`superposition.in`
Имя выходного файла:	`superposition.out`
Ограничение по времени:	2 секунды
Ограничение по памяти:	64 мегабайта
Максимальная оценка за задачу:	

Тони пишет программное обеспечение для бирж. Одна из компонент, которой он занимается, должна будет отображать графики рисков и доходности различных финансовых инструментов. В качестве одной из подзадач у него возникла задача построения композиции двух непрерывных кусочно-линейных функций.

Даны две функции: $f(x)$ и $g(x)$, требуется найти представление функции $g(f(x))$ в виде кусочно-линейной функции.

Формат входного файла

Входной файл содержит два блока, один описывает функцию f, а другой — функцию g.

Каждый блок начинается с числа l — количества интервалов, на которых соответствующая функция является линейной. ($1 \le l \le 1000$, $l \ne 2$).

Если $l > 2$, то следующие $l - 1$ строка содержат точки излома функции. Каждая строка содержит два целых числа: x_i, y_i (i от 1 до $l-1$, $x_i < x_{i+1}$). Функция $a(x)$, описываемая блоком, имеет следующий вид:

$$a(x) = \begin{cases} y_1, \text{ если } x < x_1; \\ y_1 + k_1(x - x_1), \text{ если } x_1 \le x < x_2; \\ \ldots \\ y_{l-2} + k_{l-2}(x - x_{l-2}), \text{ если } x_{l-2} \le x < x_{l-1}; \\ y_{l-1}, \text{ if } x \ge x_{l-1}. \end{cases}$$

Здесь $k_i = (y_{i+1} - y_i)/(x_{i+1} - x_i)$.

Если же $l = 1$, то следующая строка содержит одно целое число y, описываемая функция имеет вид $a(x) = y$.

Все координаты во входном файле не превосходят 10^9 по модулю.

Формат выходного файла

Выведите функцию $g(f(x))$ в том же формате, что и функции, заданные во входном файле. Количество интервалов, на которые разбивается график функции, должно быть минимальным. Гарантируется, что для описания функции потребуется не более 100 000 интервалов. Выводите вещественные числа с точностью не менее 10^{-8}.

Пример

superposition.in	superposition.out
3 0 0 2 3 4 0 0 1 3 2 0	4 0 0 0.666666666667 3 1.333333333333 0

Задача D. Монотонные коды Грея

Имя входного файла:	`monotone.in`
Имя выходного файла:	`monotone.out`
Ограничение по времени:	2 секунды
Ограничение по памяти:	64 мегабайта
Максимальная оценка за задачу:	

Код Грея порядка n получается, если упорядочить все двоичные вектора длины n таким образом, что любые два соседних вектора отличаются ровно одним битом. Приме кода грея порядка 3 приведен на следующем рисунке.

000
001
011
010
110
111
101
100

Код Грея называется *монотонным*, если для любого k никакой вектор с $k+2$ или более единицами не встречается до вектора с k единицами. Например, код, приведенный выше, не является монотонным, поскольку вектор `111` встречается перед вектором `100`. Пример монотонного кода Грея для $n = 3$ приведен ниже.

000
001
011
010
110
100
101
111

Можно показать, что для любого n существует монотонный код Грея. По заданному n найдите монотонный код Грея для двоичных векторов длины n.

Формат входного файла

Входной файл содержит одно целое число n ($1 \le n \le 16$).

Формат выходного файла

Выведите монотонный код Грея для двоичных векторов длины n, под одному вектору на строке.

Пример

monotone.in	monotone.out
3	000 001 011 010 110 100 101 111