Extreme Problem

Идея: Максим Буздалов
Разработка: Максим Буздалов

Из-за того, что в задаче всего восемь возможных тестов (и на два из них в условии уже даны возможные правильные ответы), её решение сводится к предподсчёту ответов. При этом файл решения может фактически содержать большой `switch` по возможным вариантом входных данных. Остаётся понять, как можно организовать этот предподсчёт. Принципиально различных вариантов два: поиск ответа «на бумаге» и случайный поиск вариантов, причём к каждому тесту могут применяться разные варианты.

Случайный поиск вариантов — способ решения, который не требует значительного объёма размышлений, однако может потребовать достаточно большого объёма кода и некоторой веры в себя. Действительно, тот факт, что в этой задаче не бывает ответа «`No solution`», на первый взгляд неочевиден, а если неаккуратно написанный случайный поиск долго не находит ответа на какой-либо из тестов, возникает соблазн подумать, что ответа всё-таки нет.

Для реализации этого способа необходимо реализовать аналог чекера, способный определять наличие или отсутствие множественных локальных оптимумов и плато, а также проверять, для всех ли возможных пар (x, y) вычисления не переполняют 32-битный целый знаковый тип и вообще ведут себя корректно. Отметим, что часть проверок, например, проверку корректности использования стека, стоит возложить на генератор возможных функций, чтобы для чекера соответствующие условия выполнялись по построению, и на генерацию некорректных функций не тратилось бы время.

Остаётся реализовать генератор функций. Его можно реализовать различными способами. Работает, например, такой: фиксируется нечётная длина последовательности операций, далее каждый вид операции (константа, две переменных, четыре бинарных операции) генерируется равновероятно с учётом того, какие из операций вообще возможны при текущем размере стека и числе оставшихся операций, при этом значение для константы берётся равновероятно из интервала $[-9; 9]$. Для достаточной скорости поиска рекомендуется ограничить возможную длину последовательности каким-нибудь небольшим числом (в авторском решении используется число 17), а саму длину плавно увеличивать в ходе поиска.

При достаточной аккуратности реализации такое решение может найти ответ для каждого теста даже непосредственно в тестирующей системе, укладываясь в ограничения по времени. Авторское решение этой задачи устроено именно так.

Поиск ответа на бумаге, в силу достаточно свободного формата задания функции, может быть выполнен огромным множеством способов. Приведём один из них, учитывающий в явном виде то свойство, что $0^0 = 1$, а $0^{x^2} = 0$ для любого $x \neq 0$.

В качестве базовой функции будем использовать функцию $x + y$, которая не имеет ни локальных минимумов, ни локальных максимумов, ни плато.

Если от нас хотят множества локальных минимумов, создадим два локальных минимума в точках, например, $(-5, 0)$ и $(+5, 0)$ путём прибавления соответственно таких функций:

- $-9 \cdot 9 \cdot 0^{(x+5)^2+y^2}$;
- $-9 \cdot 9 \cdot 0^{(x-5)^2+y^2}$.

Для множества локальных максимумов аналогично выберем точки $(0, -5)$ и $(0, +5)$ и сменим знак у дополнительных функций. Наконец, для плато занулим значение функции в точке, к примеру, $(0, 1)$, добавив аналогичную конструкцию, вычитающую в этой точке единицу.