

Приятный плейлист

Автор задачи и разработчик: Даниил Голов

Рассмотрим случай, когда Даниил любит только одну какую-то песню. Тогда он послушает ее k раз и получит удовольствие $a_1 + (a_1 - 1) + (a_1 - 2) + \dots$. Количество прослушиваний песни в плейлисте, когда она приносит хоть какое-то удовольствие, равно $t = \min(k, a_1)$. Поэтому ответом будет число $a_1 + (a_1 - 1) + \dots + (a_1 - t + 1) = t(a_1 - \frac{t-1}{2})$.

Теперь рассмотрим случай, когда $n > 1$. Тогда всегда найдутся две песни, которые можно слушать по очереди и удовольствие от их прослушивания не будет уменьшаться. Выберем две песни с наибольшими a_i , пусть они, не теряя общности, имеют номера 1 и 2 и пусть $a_1 \geq a_2$. Рассматривать какие-то песни, кроме этих двух, не имеет смысла. Если Даниил каждый раз выбирает песню с максимальным на текущий момент a_i , то до песен с третьим и ниже по величине a_i он никогда не дойдет.

Обозначим $d = a_1 - a_2$. Если $d = 0$, то есть $a_1 = a_2$, Даниил за каждое прослушивание будет получать ровно a_1 удовольствия, и ответ будет na_1 . Иначе, после d прослушиваний первой песни, Даниил получит $a_1 + (a_1 - 1) + \dots + (a_2 + 1)$ удовольствия, после чего один раз послушает вторую песню вместо первой. В итоге удовольствие от прослушивания первой песни примет свое изначальное значение a_1 , и Даниил снова повторит этот цикл.

Таким образом, весь плейлист разбивается на одинаковые блоки по $d + 1$ песен, и, возможно, еще часть такого блока в конце. Суммарное удовольствие в блоке или в начале блока можно вычислить по формуле суммы арифметической прогрессии, поэтому асимптотика такого решения — $\mathcal{O}(1)$.