Разбор задачи «Стаканчики»

Пусть $N \leqslant M$. Если это не так поменяем значения местами, ответ не изменится. Тогда количество стаканчиков в пирамидке равно $N \cdot M + (N-1) \cdot (M-1) + \cdots + 1 \cdot (M-N+1) = \sum_{i=0}^{N-1} (N-i) \cdot (M-i)$.

Для прохождения первой группы тестов достаточно было посчитать эту сумму с помощью цикла. Сложность такого решения $O(t \cdot \min(N, M))$.

Во второй группе тестов $N = M$, тогда $\sum_{i=0}^{N-1} (N-i) \cdot (M-i) = \sum_{i=0}^{N-1} (N-i)^2$, что в свою очередь при замене переменной $j = N - i$ будет равно $\sum_{j=1}^{N} j^2 = \frac{N \cdot (N+1) \cdot (2N+1)}{6}$ (общеизвестная формула). Сложность $O(t)$, так как теперь на каждый запрос отвечаем за $O(1)$.

Применим такую же замену в первоначальную формулу, получим $\sum_{j=1}^{N} j \cdot (M - N + j) = \sum_{j=1}^{N} (M - N)j + j^2 = (M - N) \cdot \sum_{j=1}^{N} j + \sum_{j=1}^{N} j^2$. Таким образом мы получили две суммы, которые мы уже умеем считать по формулам. Получаем $\frac{N \cdot (N+1) \cdot (3M-N+1)}{6}$.

По полученной формуле видно, что ответ будет порядка N^3. Соответственно, чтобы получить полный балл, нужно применить длинную арифметику.