
Разбор задачи «Гармонический ряд»

Пусть $n = r - l + 1$. Для начала рассмотрим решение за $\mathcal{O}(n + \log p)$ времени и $\mathcal{O}(n)$ памяти. Посчитаем $R = (l \cdot (l+1) \cdot (l+2) \dots (r-1) \cdot r)^{-1}$ при помощи бинарного возведения в степень за $\mathcal{O}(\log p)$. Теперь предподсчитаем следующие величины: $p_i = l \cdot (l+1) \cdot \dots \cdot (i-1) \cdot i$ и $s_i = i \cdot (i+1) \cdot (i+2) \dots (r-1) \cdot r$. Заметим, что тогда $x^{-1} = R \cdot p_{x-1} \cdot s_{x+1}$ и мы можем посчитать нужную сумму за $\mathcal{O}(n)$.

Для уменьшения потребления памяти разобьем отрезок от l до r на блоки размера \sqrt{n} , на каждом посчитаем произведение всех чисел в нем и посчитаем префиксные и суффиксные произведения этих величин. Будем решать для каждого блока отдельно. Посчитаем префиксные и суффиксные произведения в каждом блоке и домножим их на префиксные и суффиксные произведения предыдущего и следующего блока. Таким образом наше решение будет работать за $\mathcal{O}(n + \log p)$ времени и $\mathcal{O}(\sqrt{n})$ памяти.