
Разбор задачи «Объединенная армия»

Частичные решения (0-100 баллов): Можно заметить, что случаев, когда в армии могут находиться не только солдаты из Глиняного патруля всего 15. Некоторые из них довольно легко рассмотреть на листочке. Например, для $x = 0$ и $y = 2$ для $k > 1$ и наименьший, и наибольший ответ будут равны двум, а расстановка будет выглядеть примерно так:

$$\begin{array}{c} 000 \dots 001 \\ 100 \dots 000 \end{array}$$

Более того, разбором случаев можно набрать до 100 баллов включительно.

Полное решение (100 баллов): Будем решать задачу динамическим программированием по профилю.

$dp[i][mask_prev][mask_cur]$ — минимальное/максимальное количество солдат из Зедд патруля, которые могут быть в расстановке из первых i столбцов, $mask_cur$ — маска i -го столбца, а $mask_prev$ — $(i - 1)$ -го.

Затем переберем маску для $(i + 1)$ -го столбца и проверим выполняются ли ограничения на соседей, для солдат из i -го столбца, так как теперь известны все их соседи.

Для первого и последнего столбца ограничения нужно проверять отдельно, потому что у них нет одного из соседей.

База: $dp[2][mask_prev][mask_cur]$ равно количеству единиц в $mask_prev$ и $mask_cur$, если $mask_prev$ может стоять слева от $mask_cur$.

Переход: $dp[i + 1][mask_cur][mask_next] = dp[i][mask_prev][mask_cur] + ones(mask_next)$, где $ones(x)$ — количество единиц в маске x .

Ответ будет минимумом/максимумом среди всех $dp[k][mask_prev][mask_cur]$, таких что $mask_cur$ может находиться справа от $mask_prev$.

Так как размерность маски константа и равна двум, данное решение будет работать за $O(n)$.