Разбор задачи «Акромантулы»

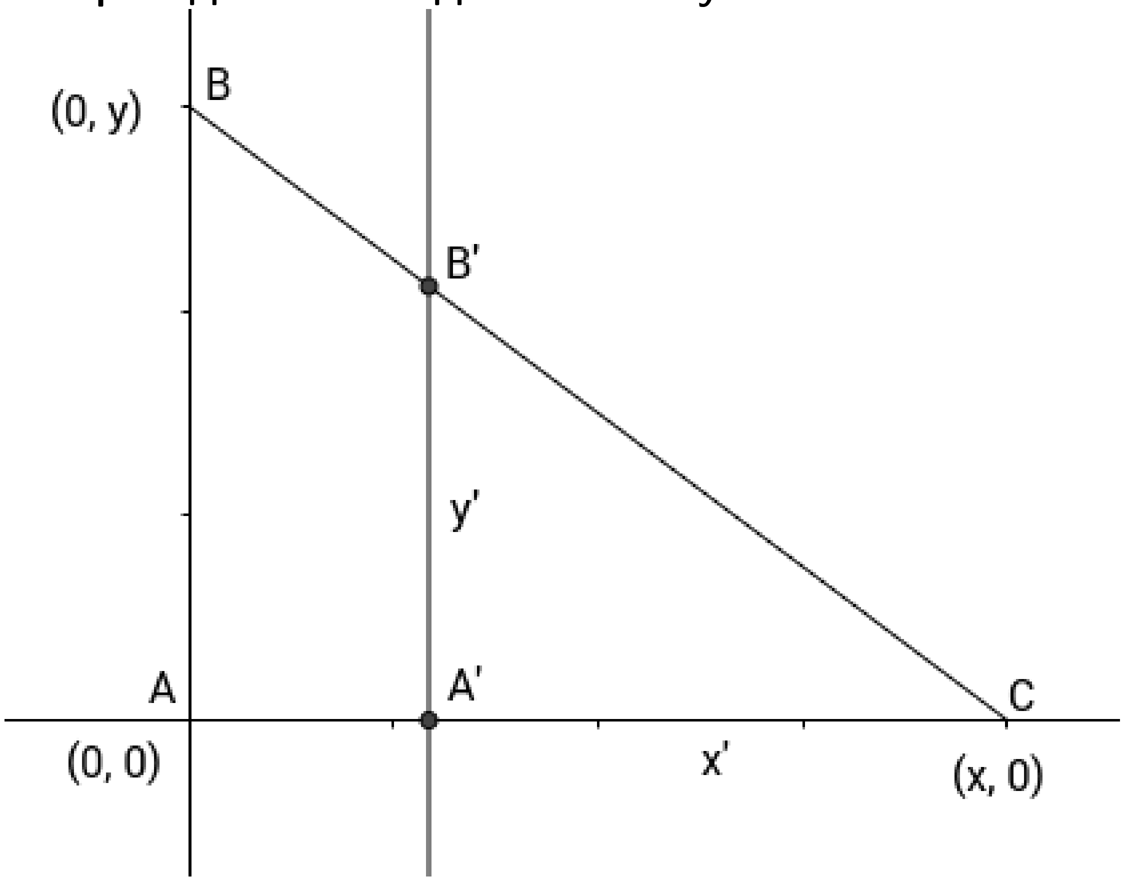
Отсортируем пауков по возрасту. Будем по очереди (по возрастанию возраста) брать пауков и назначать им детей.

Пусть у очередного паука возраст a_i и ограничение на число детей c_i. Тогда рассмотрим пауков возраста меньше a_i (поскольку пауки упорядочены, это префикс, и его можно поддерживать при помощи метода двух указателей). Назначим текущему пауку как можно больше детей из этого префикса, у которых ещё нет родителя (c_i или меньше, если не хватает). Мы можем назначить нужное количество детей наименьшего возраста, тогда пауки с уже назначенными родителями будут образовывать префикс.

Таким образом, будем перебирать текущего паука i, поддерживать x — последнего паука возраста меньше a_i, и y — сколько пауков уже получили родителя. Назначим i-му пауку не более c_i детей, обновим y.

В конце y должно быть равно $n-1$, иначе ответ «NO».

Разбор задачи «Разделение амулета»



Напишем систему уравнений, описывающих подобие треугольников ABC и A'B'C, а также отношение площадей:

$$\begin{cases} \frac{x}{x'} = \frac{y}{y'} \\ 2 \cdot x' \cdot y' = x \cdot y \end{cases}$$

Решив ее, несложно найти, что $2 \cdot (x')^2 = x^2$, то есть что $x' = \frac{\sqrt{2} \cdot x}{2}$. Так как в ответе нам нужно не значение x', а координата точки A', ответом будет $x - \frac{\sqrt{2} \cdot x}{2}$.

Разбор задачи «Волшебные существа»

Рассмотрим очередной отрезок $[a_i, b_i]$. Если правый конец отрезка b_i меньше, чем t, перейдем к следующему отрезку. Далее если левый конец отрезка a_i меньше, чем t, приравняем его t. Затем сдвинем координаты влево на t, для этого вычтем t из a_i и b_i. Теперь нам нужно найти точки, делящиеся на s, то есть $0, s, 2 \cdot s, 3 \cdot s$ и так далее. Для этого найдем к числу a_i ближайшую справа точку, делящуюся на s, по формуле $a_i = a_i + (s - (a_i \mod s))$, и к числу b_i ближайшую слева точку, делящуюся на s, по формуле $b_i = b_i - (b_i \mod s)$. Затем найдем количество точек на отрезке $[a_i, b_i]$ по формуле $ans = \frac{b_i - a_i}{s} + 1$. Прибавим ans к ответу на задачу.

Разбор задачи «Кольцевые дороги»

Заметим, что дуга внешней окружности между соседними дорогами больше соответствующей дуги внутренней окружности. Поэтому, по внешней окружности путь будет проделать от конечной точки до одной из двух ближайших дорог, а вся оставшаяся часть пути будет проходить по внутренней окружности.

Отсортируем по возрастанию углы наклонов дорог. Найдем две ближайшие к конечной точке с каждой стороны дороги с помощью двоичного поиска, выберем из двух возможных ответов минимальный.

Также можно было предподсчитать для каждой точки ближайшие дороги и отказаться от двоичного поиска.

Разбор задачи «Кроссворды»

Будем для удобства называть слова top, $bottom$, $left$, $right$ — соответственно верхнее слово, нижнее, левое и правое в расположении.

Для начала переберем, какое слово является top, какое $bottom$ и т.д. (таких вариантов ровно $4! = 24$ штуки). После этого посчитаем, сколько из фиксированных top, $bottom$, $left$ и $right$ можно составить кроссвордов:

- Переберем, где $left$, $right$ пересекают top — $O(|w|^2)$;
- Переберем сдвиг $bottom$ относительно top — $O(|w|)$;
- Переберем расстояние между top, $bottom$ — $O(|w|)$;
- Теперь осталось понять, сколькими различными способами можно подвигать $left$, $right$, чтобы символы на пересечении совпали с символами из top и $bottom$;
- Двигать $left$, $right$ можно независимо, поэтому посчитаем для каждой отдельно, а потом перемножим;
- Подсчет для каждой отдельно — $O(|w|)$;
- Итого получаем асимптотика $O(|w|^5)$, что на самом деле является довольно большой оценкой сверху и спокойно укладывается в TL.

Также можно было соптимизировать это решение до более хорошей асимптотики, но этого в задаче не требовалось.

Разбор задачи «Итоговая оценка»

В данной задаче, для начала, нужно перевести буквы в баллы, например сопоставив букве «A» число 26, «B» — 25, ..., «Z» — 1. После чего вычислить округленное среднее арифметическое и минимум, сравнить их, а затем перевести ответ обратно в буквы.

Разбор задачи «Сверкающие плюсы»

Найдем для каждой ячейки с единицей количество единиц слева, справа, сверху и снизу от нее. Рассмотрим подсчет количества единиц сверху, остальные три случая проделываются аналогично. Ответ для каждой ячейки с номером строки i и номером столбца j будем хранить в ячейке массива $up[i][j]$. Во внешнем цикле перебираем столбцы. Во внутреннем строки от второй до n-ой. Если ячейка сверху от текущей равна единице, ответ для текущей ячейки равен ответу в предыдущей плюс один, то есть $up[i][j] = up[i-1][j] + 1$. Иначе ответ для данной ячейки равен нулю.

После подсчета четырех случаев для каждой ячейки найдем минимум k из количества единиц слева, справа, сверху и снизу от нее. Размер плюса с центром в текущей ячейке равен $4 \cdot k + 1$.

Среди всех ячеек найдем ячейку с максимальным размером плюса с центром в ней. Выведем размер максимального плюса и координаты этой ячейки.

Ответа не существует в единственном случае — когда матрица состоит из одних нулей.

Разбор задачи «Тайные комнаты»

В условии дан граф, в котором у каждой вершины одно исходящее ребро.

Несложно заметить, что для того чтобы произвести требуемую в условии операцию, необходимо, чтобы ровно у одной вершины не было входящего ребра. Это понятно из следующего факта: если мы меняем выход у одной вершины, а вершин, у которых нет входящих ребер больше одной, то одна из них точно не будет принадлежать циклу.

Графы с такими ограничениями имеют вид цикла и одного входящего в него пути. И выход нужно поменять у вершины, принадлежащей циклу, в которую входит этот путь.

Отсюда следует решение. Найдем вершину, в которую не входи ни одного ребра. Пройдем n раз по ребрам: мы окажемся в вершине, в которую входит путь. Вернемся назад на одну вершину и изменим у нее выход на стартовую вершину.

Ответ «NO» будет лишь в том случае, если в результате обхода n вершин, мы посетили некоторые вершины дважды (кроме последнего n-го перехода, который должен вернуться в вершину цикла).

Разбор задачи «Поиски»

Заметим, что если в списке передвижений есть как передвижения влево, так и вправо, то ответ заведомо `"YES"`, потому что одно из этих передвижений можно сделать на бесконечность, а второе — такое, чтобы все сошлось.

Если же все передвижения одного типа, то:

- Обозначим за $cntL$ количество передвижений влево, за $cntR$ — вправо;
- Если $cntL = 0$, то есть передвижения были только вправо, требуется проверить, что $cntR \leqslant x$, потому что хотя бы на $cntR$ существо передвинулось.
- Если же $cntR = 0$, требуется проверить, что $x \leqslant -cntL$.

Разбор задачи «Новый чемодан»

Разберем несколько случаев:

- Если $n < 7$, нужный прямоугольник составить не получится;
- Если же $n \geqslant 7$, рассмотрим еще несколько подслучаев:
  - $n = 4k$: Составим пары равных сторон как $\{1, 4\}$, $\{2, 3\}$ и $\{5, 8, 9, 12, 13, 16, \ldots\}$, $\{6, 7, 10, 11, 14, 15, \ldots\}$;
  - $n = 4k + 1$: Составить прямоугольник из всех прутиков не получится, потому что их суммарная длина — нечетное число, однако можно составить из всех, кроме прутика длиной 1: $\{2, 5\}$, $\{3, 4\}$ и $\{5, 8, 9, 12, 13, 16, \ldots\}$, $\{6, 7, 10, 11, 14, 15, \ldots\}$;
  - $n = 4k + 2$: Составить прямоугольник из всех прутиков не получится по той же причине, но все еще можно составить из всех прутиков, кроме прутика длины 1: $\{2, 3, 5\}$, $\{4, 6\}$ и $\{7, 10, 11, 14, 15, 18, \ldots\}$, $\{8, 9, 12, 13, 16, 17, \ldots\}$;
  - $n = 4k + 3$: Составим пары равных сторон как $\{1, 2\}$, $\{3\}$ и $\{4, 7, 8, 11, 12, 15, \ldots\}$, $\{5, 6, 9, 10, 13, 14, \ldots\}$.

Соответственно, если $n \geqslant 7$, то при $n = 4k$ и $n = 4k + 3$, прямоугольник можно составить из всех прутиков, а при $n = 4k + 1$ и $n = 4k + 2$ из всех, кроме прутика длины 1.