

Вова на даче

Давайте решим другую задачу — научимся вычислять функцию $f(x)$, равную количеству чисел от 1 до $x - 1$, в битовой записи которых без лидирующих нулей ровно k нулевых битов. Тогда ответ на исходную задачу — это $f(R + 1) - f(L)$.

Приступим к вычислению $f(x)$. Сначала рассмотрим все числа, битовая запись которых короче битовой записи x . Все они меньше x , следовательно, количество чисел длиной len с k нулями равно $\binom{len-1}{k}$ (так как первый бит обязан быть 1) (число сочетаний из $len - 1$ по k).

Теперь рассмотрим числа такой же длины. Переберём первый слева бит, в котором x и наше потенциальное число различаются. Такие позиции соответствуют единичным битам в x , кроме самой старшей единицы, так как числа меньшей длины мы уже рассмотрели. Пусть битовая длина x равна len , мы рассмотрели t позиций префикса и стоим в позиции $t + 1$, а также уже поставили p нулей, тогда на суффиксе длиной $len - t - 1$ требуется расставить $k - p - 1$ ноль. Это можно сделать $\binom{len-t-1}{k-p-1}$ способами.

Таким образом, требуется предподсчитать все щепки для $1, 2, \dots, n$, где $n = \log_2 R$. Это можно легко сделать за квадратичное от n время, воспользовавшись формулой $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$.

Итоговое время работы — $\mathcal{O}(\log^2 R)$.