

Урок физкультуры

Построим граф учеников так, чтобы в одной компоненте связности ученики обязаны были надеть колпак одного цвета.

Сделаем это следующим образом:

- Сопоставим каждому из $n \times m$ учеников свою вершину в графе.
- Пусть a_1, a_2, \dots, a_k — номера вершин, сопоставленных с учениками одного класса. Проведем следующие ребра: $(a_1, a_2), (a_2, a_3), \dots, (a_{k-1}, a_k)$. Тогда все вершины a_1, a_2, \dots, a_k окажутся в одной компоненте связности.
- Проведем ребра из ученика на позиции (i, j) в ученика на позиции $(i+1, j)$ для всех допустимых i, j . Таким образом ученики из одного столбца окажутся в одной компоненте связности.

В таком графе $\mathcal{O}(n \times m)$ вершин и ребер. Ответом на задачу будет являться количество компонент связности в таком графе, что можно вычислить с помощью обхода в глубину или обхода в ширину.
https://ru.wikipedia.org/wiki/Компонента_связности_графа

Итоговое время работы $\mathcal{O}(n \times m)$