

Долгий прыжок домой

Для начала поймём критерий того, что с помощью набора длин прыжков $x_1, x_2 \dots x_n$ можно дойти из точки 0 до точки L . Из расширенного алгоритма Евклида несложно понять, что из точки 0 линейной комбинацией прыжков мы сможем дойти до точки $g = \gcd(x_1, x_2, \dots x_n)$. Очевидно, после этого мы сможем посетить все координаты вида $g \cdot k$, где $k \in \mathbb{Z}$.

Далее покажем, что описанные выше точки — все точки, которые возможно посетить с таким набором иксов. Действительно, любой из $x_1, x_2, \dots x_n$ делится на g , таким образом, координата после прыжка всегда будет кратна g .

После этого мы хотим, чтобы точка L была равна $g \cdot k$ для некоторого целого k . Получается, что необходимое и достаточное условие на набор иксов: $L : \gcd(x_1, x_2, \dots x_n)$.

Тогда задача сводится к тому, что нужно найти набор иксов минимальной стоимости, такой, что его \gcd делит L . Значит, от текущего набора нам интересно только его текущий \gcd и стоимость. Заведём ДП:

$dp_{i,z}$ — минимальная стоимость набора, набранного только из первых i акций, который имеет $\gcd = z$. Поймём, как пересчитывать такое ДП: если текущая акция имеет параметры x_i, c_i , то пересчет с предыдущего слоя будет такой:

$$dp_{i,\gcd(w,x_i)} = \min(dp_{i,\gcd(w,x_i)}, dp_{i-1,w} + c_i), \quad 0 \leq w \leq L$$

Таким образом, ДП работает за $\mathcal{O}(n \cdot L \cdot \log C)$. Как найти ответ? Нужно посмотреть все ДП вида $dp_{n,d}$, где d делит $|L|$.